

מבחני הבגרות והפסיכומטרי במתמטיקה ואנגלית והקשר ביניהם

שלמה יצחקי

טאינה פודלוב

אביאל קרנצלר

מטרת המחקר

□ לבדוק האם מבחן בגרות בודק תחום יכולת שונה מהמבחן הפסיכומטרי.

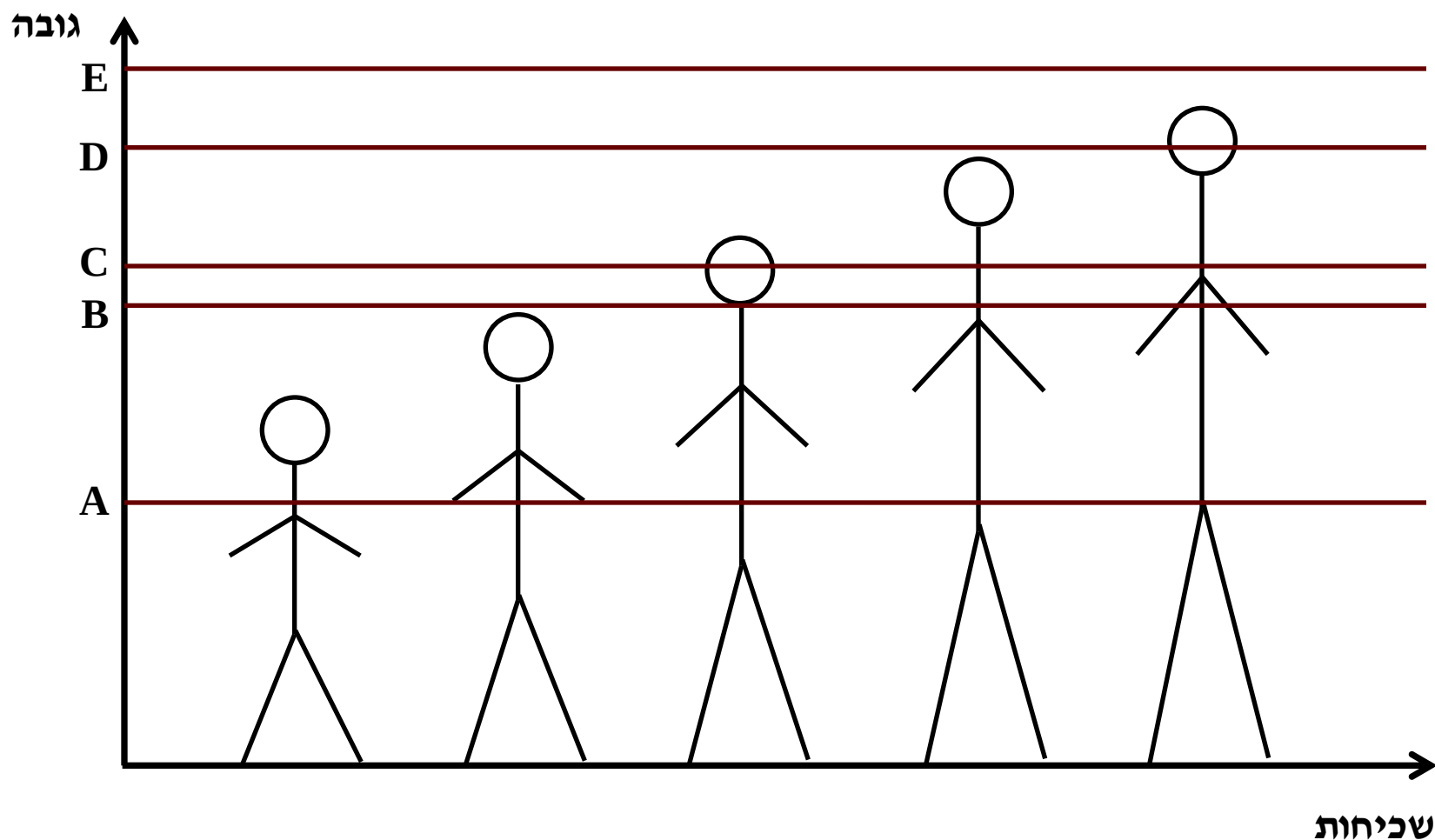
□ שאלה:

כיצד לקבוע ששני מבחנים בודקים את אותו תחום יכולות?

מהו מבחן?

- **מבחן הוא אוסף של קבוצת שאלות בתחום יידע מסוים, עם דרגות קושי שונות שמיועדות לגלות את היכולות של הנבחנים.**
- **זהו כימות של משתנה שאינו יכול להימדד בצורה ישירה.**
- **בניגוד למדידת גובה, תוצאות המבחן תלויות בהתפלגות הקושי של השאלות במבחן.**

הבדלים בין מדידת גובה למדידת יכולת



הנחות

□ אנחנו מסוגלים להגדיר תחומי יכולות של אנשים.

□ יכולת (או מיומנות) היא משתנה רציף.

□ אין אקראיות.

שיטת המחקר

□ אי פרמטרית ולא תלוית התפלגות.

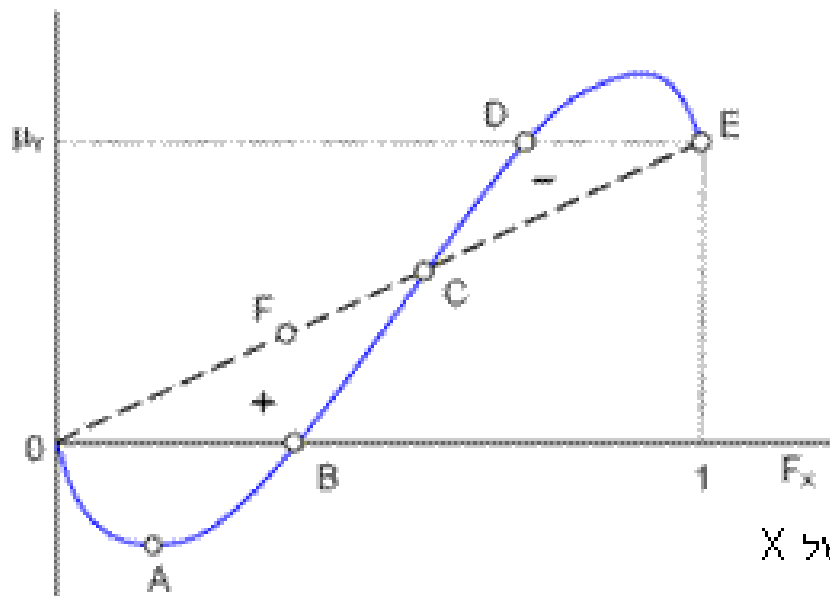
□ מבוססת על כך שטרנספורמציה מונוטונית לא יורדת של אחד המשתנים יכולה להחליף את סימנו של מקדם מתאם ביניהם.

□ הכלי - עקומת LMA.

עקומת LMA

Line of independence Minus the **Absolute concentration curve**

הערך המצטבר של Y



התפלגות מצטברת של X

NLMA - עקומת LMA המנורמלת על ידי חלוקה ב- $\text{Cov}(X, F(X))$

תכונות העקומה

- העקומה מתחילה תמיד בראשית הצירים ומסתיימת בנקודה $(1,0)$.
- השיפוע של העקומה חיובי (שלילי) אם הערך של המשתנה Y קטן (גדול) מהממוצע שלו.
- השטח הכלוא בין העקומה לציר ה- X קובע את סימנם של מקדם המתאם ומקדם הרגרסיה על פי ג'יני.
- אם העקומה חותכת את הציר האופקי, הקשר בין המשתנה X ל- Y אינו מונוטוני.
- אם העקומה משתנה מקעורה לקמורה (או להיפך), הקשר בין המשתנים אינו מונוטוני.

אוכלוסיית המחקר

□ נבחנו בבגרויות במתמטיקה ואנגלית בשנים 1999 - 2000 שהשתתפו במבחן פסיכומטרי ועמדו בדרישות הקבלה לאוניברסיטאות - 17,867 תלמידים.

קשיים בהשוואה של ציוני המבחנים

□ הנבחן בבחינת הבגרות יכול לבחור את רמת ההעמקה

בתחום, ואילו המבחן הפסיכומטרי הוא אחיד.

– בדיקת כל רמה של מבחן בגרות מול המבחן הפסיכומטרי.

– קבלת המשקל הניתן על ידי האוניברסיטאות לרמות השונות של הבחינה.

□ תחום הציונים (הסקלה) של המבחנים שונה.

– נרמול על פי התחום.



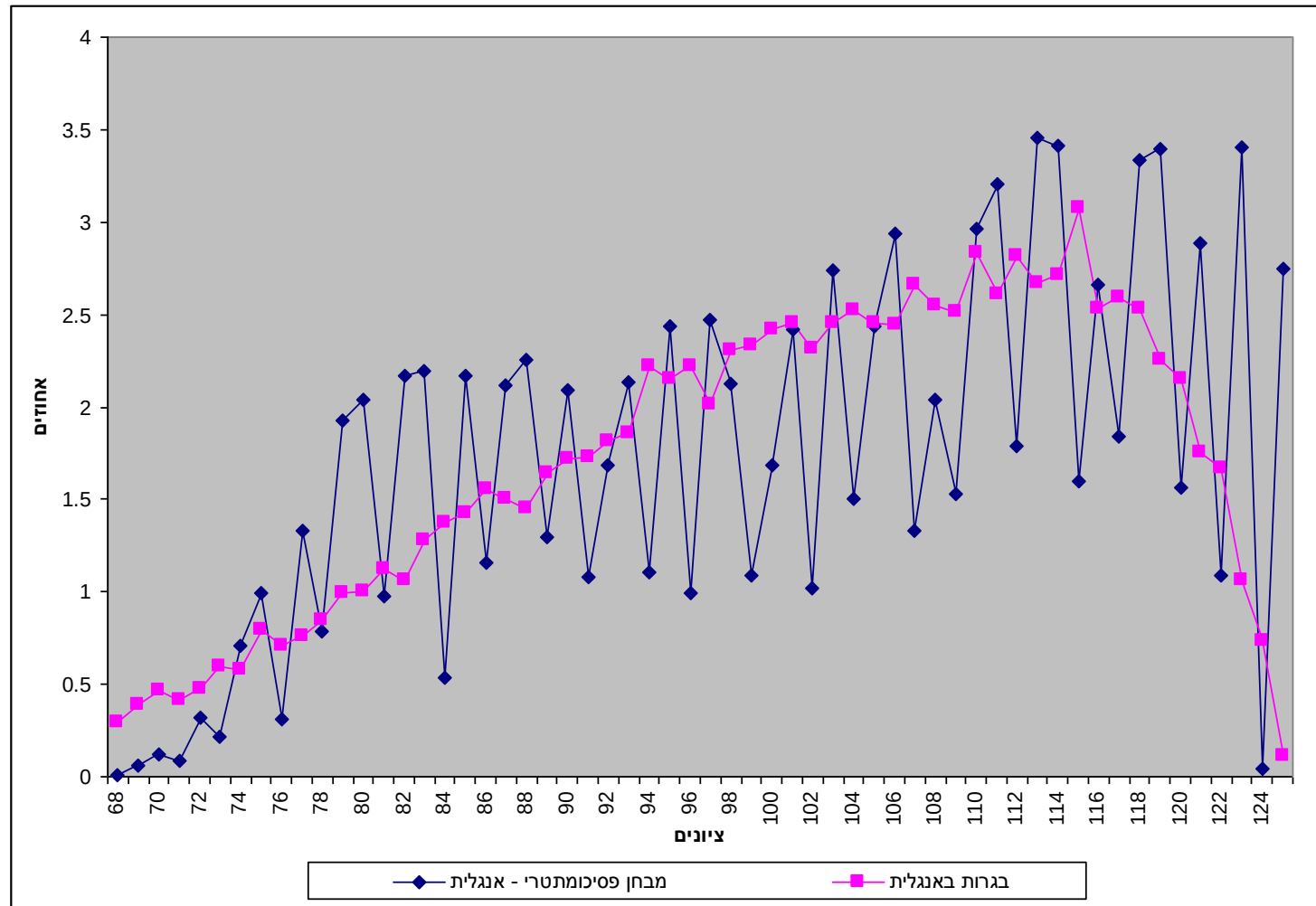
תוצאות אמפיריות

אנגלית – 4 ו-5 יחידות

מתאם ג'יני Γ_{xy}	מתאם ג'יני Γ_{yx}	ספירמן	פירסון	ג'יני	סטיית תקן	מקסימום	מינימום	חציון	ממוצע	N=17,867
0.83	0.83	0.82 (0.000)	0.82 (0.000)	0.077	13.72	125	68	103	101.5	בגרות באנגלית
				0.081	14.41	125	68	104	102.3	פסיכומטרי באנגלית

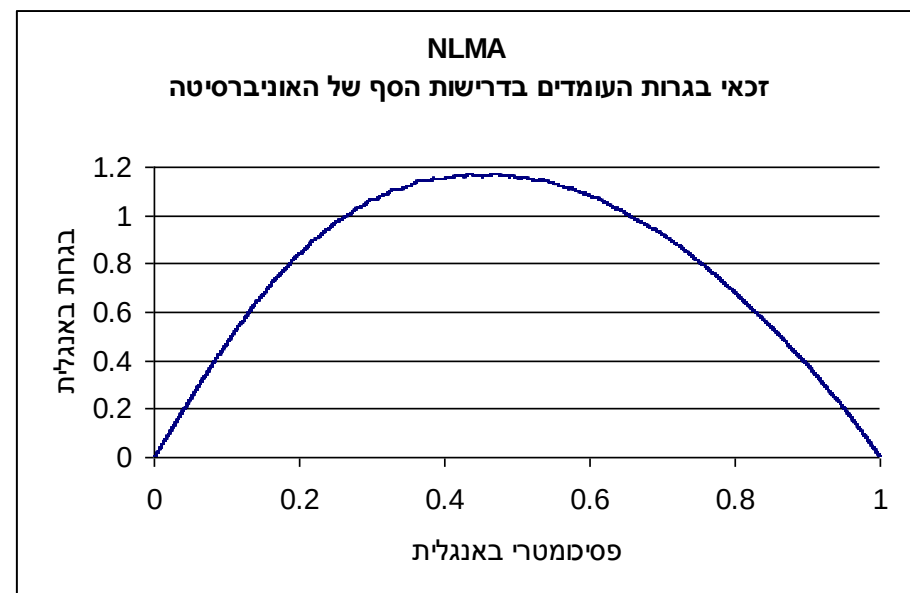
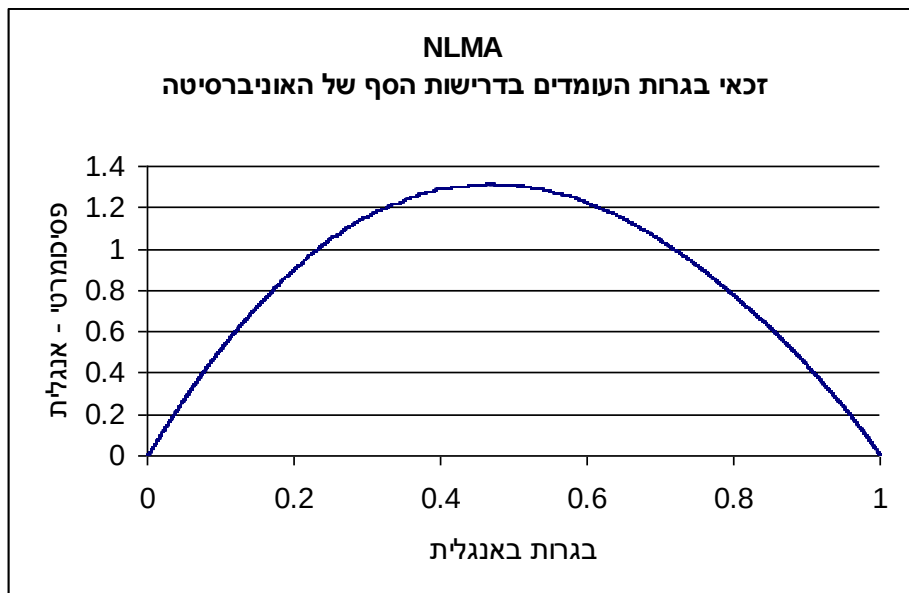
אנגלית – 4 ו-5 יחידות

התפלגות הציונים



אנגלית – 4 ו-5 יחידות

עקומות NLMA



אנגלית – 4 ו-5 יחידות

רגרסית ג'יני- ציון פסיכומטרי כפונקציה של ציון בגרות

v=7	v=5	v=3	v=2	v =1.5	v=1	v=0.5	
18.17	16.56	14.65	13.64	13.15	12.7	12.32	α (ממוצע)
18.62	16.96	15.04	14.01	13.52	13.04	12.66	α (חציון)
0.827 (0.005)	0.843 (0.005)	0.862 (0.004)	0.872 (0.004)	0.877 (0.004)	0.881 (0.004)	0.885 (0.004)	β (בגרות באנגלית)
0.819	0.821	0.824	0.825	0.825	0.826	0.828	מתאם ג'יני Γ_{yx}
0.796	0.809	0.821	0.825	0.827	0.827	0.824	מתאם ג'יני Γ_{xy}
0.42	0.436	0.451	0.454	0.452	0.445	0.428	GR
102.11	102.12	102.14	102.15	102.17	102.12	102.15	$\alpha + \beta(v) * \bar{X}$ (ממוצע)
-27.7	-28.24	-28.88	-29.21	-29.38	-29.51	-29.65	$\beta(v) * (X_{\min} - \bar{X})$
19.43	19.81	20.26	20.49	20.61	20.7	20.8	$\beta(v) * (X_{\max} - \bar{X})$

ככל שמתרכזים בציונים הגבוהים, הדמיון בתוצאות שני המבחנים גבוה יותר.

אנגלית – 4 ו-5 יחידות

רגרסית ג'יני- ציון בגרות כפונקציה של ציון פסיכומטרי

v=7	v=5	v=3	v=2	v =1.5	v=1	v=0.5	
20.98	21	21.37	21.75	22.01	22.33	22.72	α (ממוצע)
21.53	21.55	21.95	22.36	22.64	22.99	23.39	α (חציון)
0.788 (0.005)	0.788 (0.005)	0.784 (0.004)	0.781 (0.004)	0.778 (0.004)	0.775 (0.004)	0.771 (0.004)	β (פסיכומטרי באנגלית)
0.796	0.809	0.821	0.825	0.827	0.827	0.824	מתאם ג'יני Γ_{yx}
0.819	0.821	0.824	0.825	0.825	0.826	0.828	מתאם ג'יני Γ_{xy}
0.441	0.446	0.45	0.449	0.446	0.44	0.427	GR
101.59	101.61	101.57	101.65	101.6	101.61	101.59	$\alpha + \beta(v) * \bar{X}$ (ממוצע)
-27.03	-27.03	-26.89	-26.79	-26.69	-26.58	-26.45	$\beta(v) * (X_{\min} - \bar{X})$
17.89	17.89	17.8	17.73	17.66	17.59	17.5	$\beta(v) * (X_{\max} - \bar{X})$

הבדלים קטנים כאשר מדגישים חלקים שונים לאורך התפלגות הציון הפסיכומטרי.

אנגלית – 4 ו-5 יחידות

מטריצת מעבר - עשירוני ציונים

פסיכומטרי באנגלית	בגרות באנגלית											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	סה"כ
	1	5.2	2.6	1.3	0.5	0.3	0.1	0.1				10
	2	3.1	3.1	2.1	1.2	0.4	0.2	0.1				10
	3	1.1	2.2	2.5	2.1	1.2	0.6	0.2	0.1			10
	4	0.4	1	1.6	1.9	2.1	1.6	0.9	0.4	0.1		10
	5	0.1	0.6	1.3	1.8	1.9	1.9	1.3	0.7	0.3	0.1	10
	6	0.1	0.3	0.7	1.3	1.7	1.9	1.8	1.3	0.8	0.2	10
	7		0.2	0.3	0.8	1.3	1.9	1.8	1.7	1.4	0.6	10
	8			0.1	0.2	0.7	1	1.7	2.4	2.4	1.5	10
	9			0.1	0.1	0.4	0.7	1.4	2	2.6	2.6	10
	10				0.1	0.1	0.3	0.8	1.4	2.3	5	10
	סה"כ	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	100

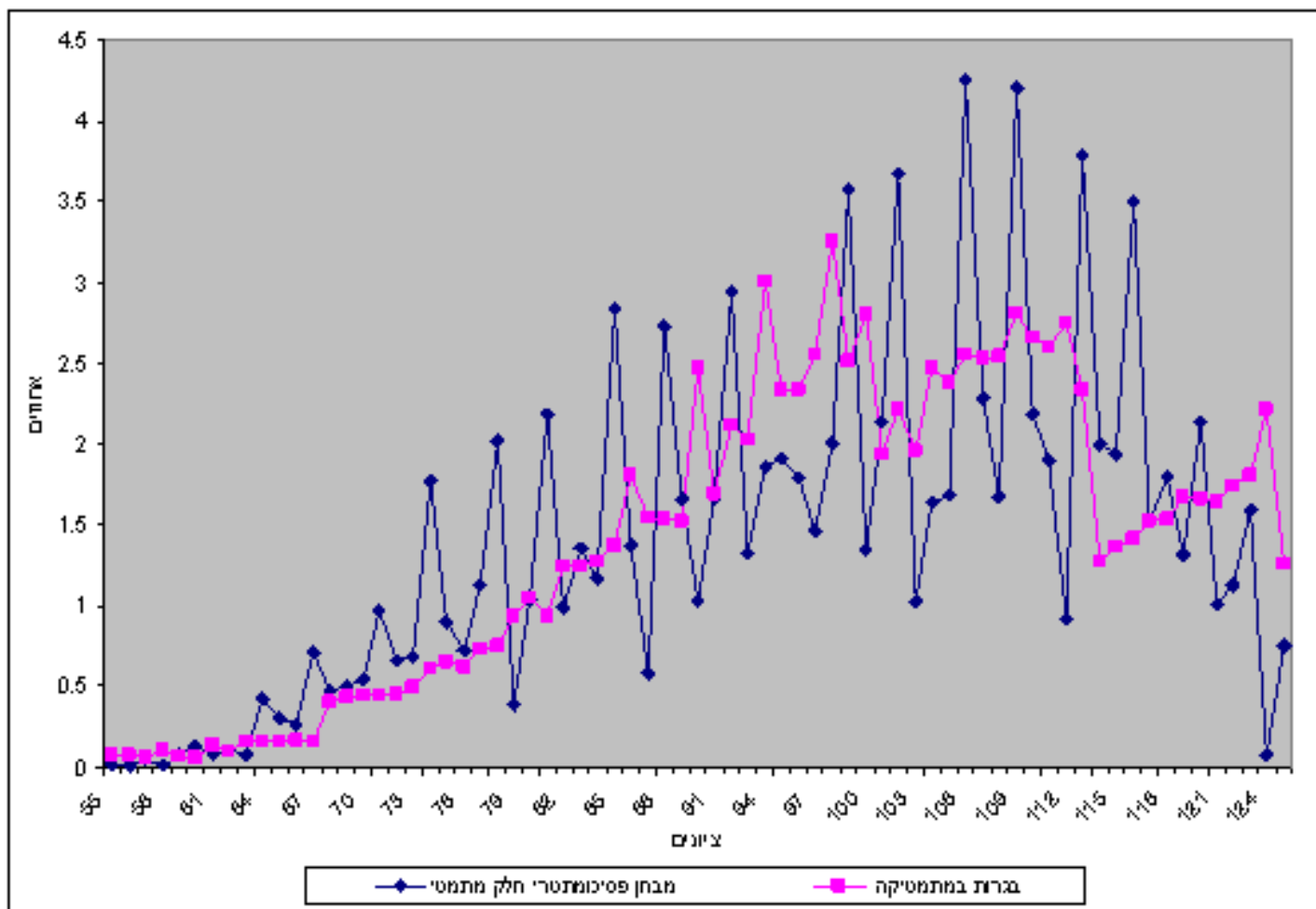
בהשוואה ל-5 יחידות בלבד, המתאם בין שתי מערכות הציונים בכלל המדגם גבוה יותר.

מתמטיקה – 3, 4 ו-5 יחידות

מתאם ג'יני Γ_{xy}	מתאם ג'יני Γ_{yx}	ספירמן	פירסון	ג'יני	סטיית תקן	מקסימום	מינימום	חציון	ממוצע	N=17,867
0.60	0.60	0.60 (0.000)	0.59 (0.000)	0.082	14.14	125	55	100.5	100.3	בגרות במתמטיקה
				0.088	15.13	125	55	101.0	98.7	פסיכומטרי במתמטיקה

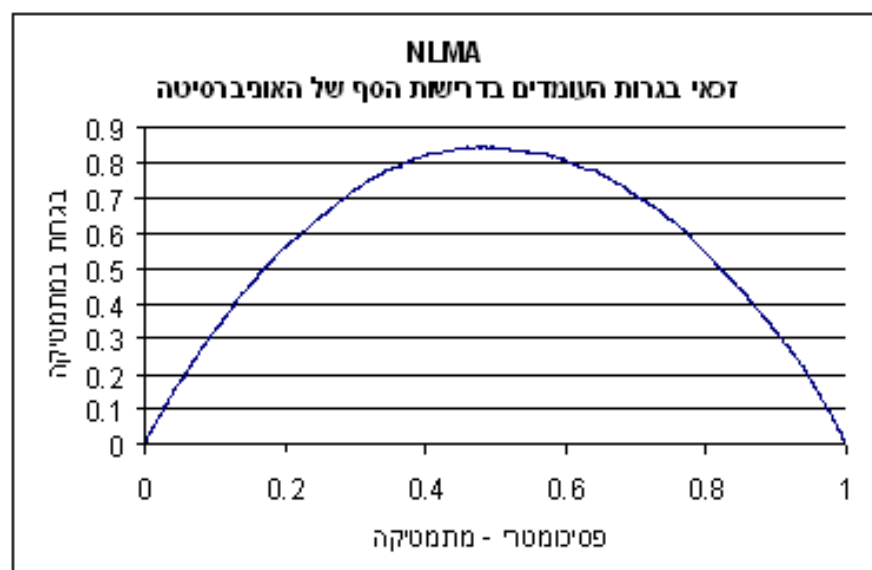
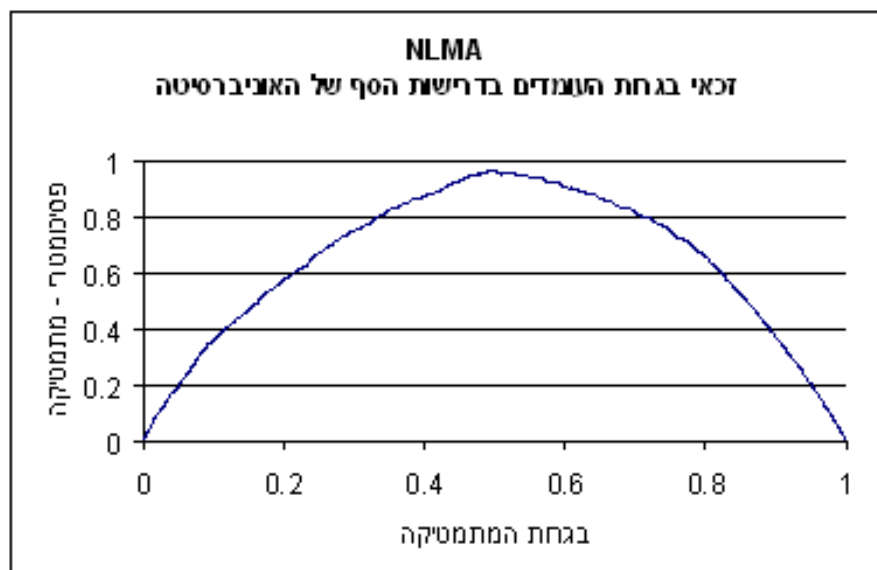
מתמטיקה – 3, 4 ו-5 יחידות

התפלגות הציונים



מתמטיקה – 3, 4 ו-5 יחידות

עקומות NLMA



מתמטיקה – 3, 4 ו-5 יחידות

רגרסית ג'יני – ציון פסיכומטרי כפונקציה של ציון בגרות

v=7	v=5	v=3	v=2	v=1.5	v=1	v=0.5	
42.79	41.33	38.95	37.21	36.14	34.93	33.51	α (ממוצע)
43.97	42.48	40.09	38.3	37.23	35.97	34.51	α (חציון)
0.558 (0.007)	0.572 (0.007)	0.596 (0.007)	0.613 (0.007)	0.624 (0.006)	0.636 (0.006)	0.650 (0.006)	β (בגרות מתמטיקה)
0.532	0.540	0.560	0.577	0.588	0.603	0.621	מתאם ג'יני Γ_{yx}
0.551	0.565	0.584	0.594	0.599	0.605	0.611	מתאם ג'יני Γ_{xy}
0.191	0.200	0.210	0.212	0.211	0.205	0.311	GR
98.76	98.70	98.73	98.69	98.73	98.72	98.71	$\alpha + \beta(v) * \bar{X}$ (ממוצע)
-25.28	-25.91	-27.00	-27.77	-28.27	-28.81	-29.45	$\beta(v) * (X_{\min} - \bar{X})$
13.78	14.13	14.72	15.14	15.41	15.71	16.06	$\beta(v) * (X_{\max} - \bar{X})$

▪ חוסר הלינאריות של הקשר .

▪ השיפוע עולה בצורה מונוטונית - עקום רגרסיה קמור יחסית לציר האופקי.

▪ שיפועים נמוכים יותר מאשר באנגלית:

– יכולת הניבוי של הציון במתמטיקה נמוכה יותר מיכולת הניבוי באנגלית,

– האלמנט האקראי במתמטיקה גדול יותר מהאלמנט האקראי באנגלית.

מתמטיקה – 3, 4 ו-5 יחידות

רגרסית ג'יני- ציון בגרות כפונקציה של ציון פסיכומטרי

v=7	v=5	v=3	v=2	v =1.5	v=1	v=0.5	
48.44	47.54	46.17	45.15	44.49	43.67	42.56	α (ממוצע)
49.67	48.77	17.39	46.37	45.73	44.88	43.75	α (חציון)
0.525 (0.007)	0.534 (0.007)	0.548 (0.006)	0.558 (0.006)	0.565 (0.006)	0.573 (0.006)	0.585 (0.006)	β (פסיכומטרי מתמטיקה)
0.551	0.565	0.584	0.594	0.599	0.605	0.612	מתאם ג'יני Γ_{yx}
0.532	0.54	0.56	0.577	0.588	0.603	0.662	מתאם ג'יני Γ_{xy}
0.173	0.18	0.19	0.197	0.201	0.205	0.204	GR
100.26	100.25	100.26	100.22	100.26	100.23	100.3	$\alpha + \beta(v) * \bar{X}$
-22.94	-23.34	-23.95	-24.38	-24.69	-25.04	-25.56	$\beta(v) * (X_{\min} - \bar{X})$
13.81	14.04	14.41	14.68	14.86	15.07	15.39	$\beta(v) * (X_{\max} - \bar{X})$

■ קשר קמור .

■ ככל שמדגישים את החלק העליון של ההתפלגויות, קטן חלקה של הטעות האקראית.

מתמטיקה – 3, 4 ו-5 יחידות

מטריצת מעבר - עשירוני ציונים

פסיכומטרי במתמטיקה	בגרות במתמטיקה											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	סה"כ
	1	3.5	2	1.6	1.1	0.9	0.4	0.3	0.2			10
	2	2.3	1.6	1.7	1.5	1.3	0.6	0.5	0.4	0.1		10
	3	1.3	1.8	1.5	1.5	1.4	0.9	0.7	0.6	0.3	0.1	10
	4	1.1	1.5	1.4	1.3	1.2	1.2	1.1	0.7	0.3	0.2	10
	5	0.6	0.9	1.1	1.3	1.3	1.3	1.3	1.1	0.6	0.4	10
	6	0.4	0.7	0.9	1	1.3	1.3	1.3	1.3	1.1	0.6	10
	7	0.4	0.7	0.8	1.1	1.3	1.6	1.1	1.2	1.1	0.8	10
	8	0.2	0.4	0.4	0.5	0.5	1.1	1.8	2.1	1.7	1.3	10
	9	0.2	0.3	0.4	0.5	0.5	0.9	0.9	1.3	2.5	2.7	10
	10	0.1	0.2	0.2	0.3	0.3	0.7	0.8	1.2	2.3	4	10
	סה"כ	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	100

■ פיזור התלמידים מעבר לאלכסון גבוה יותר במתמטיקה מאשר באנגלית.

■ מתקבל רושם שאחוז הטעויות האקראיות של כל בחינה הוא גבוה.

תרומה של כל ציון

□ שאלה:

האם צרוף של ציונים של שני המבחנים - הבגרות
והפסיכומטרי - משפר את העמידות (robustness)
של הציון הממוצע של הנבחן?

פירוק ג'יני

$$Y = X_1 + X_2 \quad \text{יהי}$$

$$\delta_k = \mu_k / \mu_Y \quad \text{ותהי} \quad \text{התרומה היחסית של הציון במבחן לסכום הציונים של שני המבחנים}$$

$$G_Y^2 - G_Y \sum_{k=1}^2 \delta_k D_{kY} G_k = \sum_{k=1}^2 \delta_k^2 G_k^2 + \delta_1 \delta_2 G_1 G_2 (\Gamma_{12} + \Gamma_{21}) \quad \text{אזי}$$

$$\Gamma_{12} = \frac{\text{cov}(X_1, F(X_2))}{\text{cov}(X_1, F(X_1))} \quad \text{כאשר} \quad \text{הוא מקדם המתאם המותאם למדד ג'יני}$$

$$D_{kY} = \Gamma_{kY} - \Gamma_{Yk} \quad \text{ו-}$$

התרומה של הציונים

פירוק מדד ג'יני - בגרות באנגלית ופסיכומטרי באנגלית

סה"כ	פסיכומטרי באנגלית	בגרות באנגלית	
0.076	0.082	0.077	G
	0.502	0.498	δ

סה"כ	פסיכומטרי באנגלית	בגרות באנגלית	Γ_{ij}
0.953	0.827		בגרות באנגלית
0.962		0.834	פסיכומטרי באנגלית
	0.959	0.953	סה"כ

$\sum \delta_i \delta_j G_i G_j \Gamma_{ij}$	$\delta_i^2 G_i^2$	$G_o \sum \delta_i D_{io} G_i$	G_o^2
0.00262	0.00316	-0.00001	0.00578

▪ הבדלי המתאמים קטנים ביחס - סימטריה בהתפלגויות .

▪ המתאם עם הציון הכללי דומה בשתי מערכות הציונים.

התרומה של הציונים

פירוק מדד ג'יני - בגרות באנגלית ובגרות במתמטיקה

סה"כ	בגרות מתמטיקה	בגרות באנגלית	
0.068	0.082	0.077	G
	0.497	0.503	δ

סה"כ	בגרות מתמטיקה	בגרות באנגלית	Γ_{ij}
0.861	0.496		בגרות באנגלית
0.874		0.496	בגרות במתמטיקה
	0.871	0.853	סה"כ

$\sum \delta_i \delta_j G_i G_j \Gamma_{ij}$	$\delta_i^2 G_i^2$	$G_o \sum \delta_i D_{io} G_i$	G_o^2
0.00156	0.00315	-0.00003	0.00468

■ מתאם נמוך יחסית - קיים טעם בהסתכלות על סכום הציונים במתמטיקה ואנגלית בבגרות מאחר והם מוסיפים אינפורמציה שונה על התלמיד.

התרומה של הציונים

פירוק מדד ג'יני - פסיכומטרי באנגלית ופסיכומטרי במתמטיקה

סה"כ	פסיכומטרי מתמטיקה	פסיכומטרי באנגלית	
0.077	0.087	0.082	G
	0.491	0.509	δ

סה"כ	פסיכומטרי מתמטיקה	פסיכומטרי באנגלית	Γ_{ij}
0.914	0.675		פסיכומטרי באנגלית
0.922		0.68	פסיכומטרי במתמטיקה
	0.916	0.911	סה"כ

$\sum \delta_i \delta_j G_i G_j \Gamma_{ij}$	$\delta_i^2 G_i^2$	$G_o \sum \delta_i D_{io} G_i$	G_o^2
0.00242	0.00357	-0.00003	0.00596

- אי השוויון בציוני הפסיכומטרי גבוה יותר מאי השוויון בציוני הבגרות.
- המתאם בציוני הפסיכומטרי גבוה יותר מאשר בציוני הבגרות, וגם המתאם בין כל מרכיב מול הציון הכולל.
- משקל כל מרכיב בציון הפסיכומטרי הכולל גבוה יותר מהמשקל בציוני הבגרות המקבילים.

התרומה של הציונים

פירוק מדד ג'יני - בגרות במתמטיקה ופסיכומטרי במתמטיקה

סה"כ	פסיכומטרי מתמטיקה	בגרות במתמטיקה	
0.076	0.087	0.082	G
	0.496	0.504	δ

סה"כ	פסיכומטרי מתמטיקה	בגרות במתמטיקה	Γ_{ij}
0.894	0.612		בגרות במתמטיקה
0.908		0.617	פסיכומטרי במתמטיקה
	0.903	0.889	סה"כ

$\sum \delta_i \delta_j G_i G_j \Gamma_{ij}$	$\delta_i^2 G_i^2$	$G_o \sum \delta_i D_{io} G_i$	G_o^2
0.00219	0.00358	-0.00003	0.00574

■ במתמטיקה ההבדל בין אי השוויון בסכום הציונים ואי השוויון בתוך כל מרכיב נמוך יותר מאשר באנגלית.

סיכום

□ המבחנים בודקים את אותו תחום יכולות, אולם קיימת בהם טעות אקראית גדולה.

□ הטעות אקראית במבחני המתמטיקה גדולה יותר מאשר במבחנים באנגלית.

□ קיום של שני המבחנים באנגלית תורם פחות מאשר במתמטיקה.