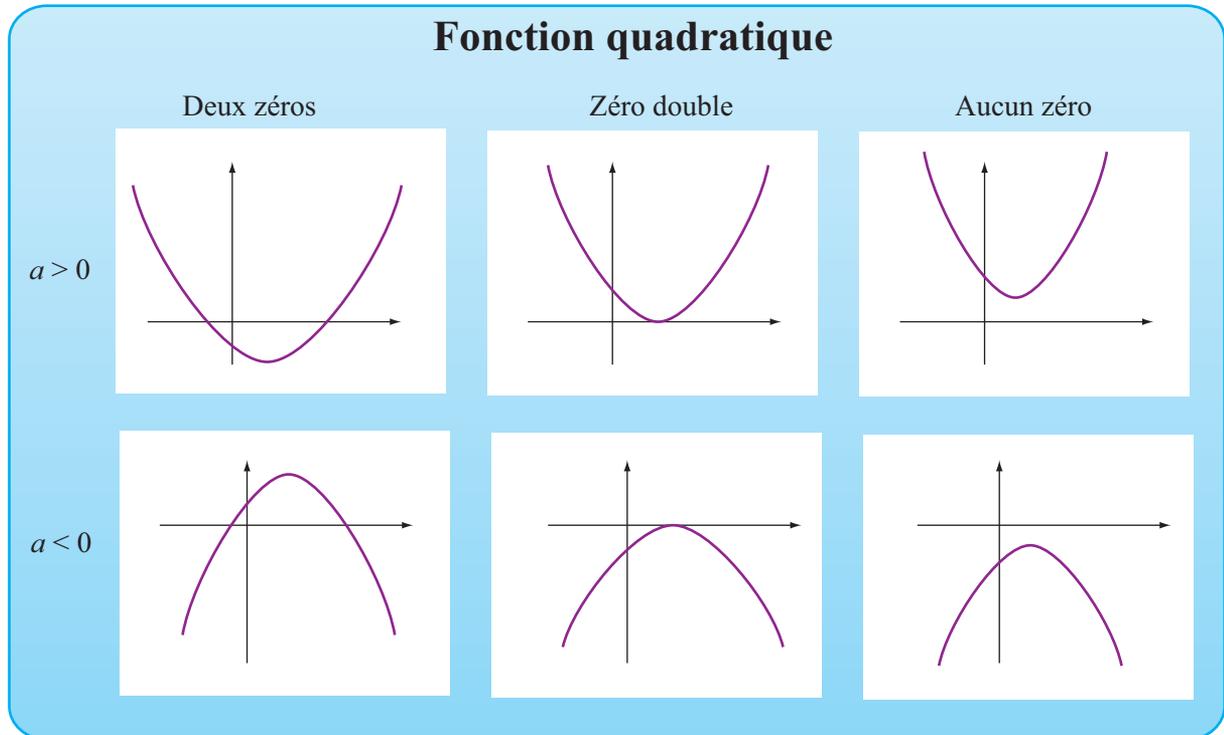


ZÉROS

FONCTION QUADRATIQUE



OBJECTIFS

Faire calculer les zéros d'une fonction quadratique.

Faire afficher le verdict selon que la fonction a deux zéros, un zéro double ou aucun zéro.

Faire représenter graphiquement la fonction dans un intervalle incluant les zéros et le point sommet.

Mise en situation

Programmer une feuille Excel pour faire calculer les zéros réels d'une fonction quadratique (racines de l'équation quadratique) dont les coefficients sont connus et faire représenter graphiquement la fonction dans un intervalle incluant le point sommet.

Mise en forme de la solution

Rappelons tout d'abord que les zéros d'une fonction de la forme

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

sont les valeurs de x pour lesquelles :

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Elles sont données par:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a},$$

De plus, pour que les zéros existent, il faut que l'expression sous le radical soit plus grande ou égale à zéro.

Il faut donc :

- préparer la feuille de calcul et définir les paramètres;
- faire effectuer les calculs et afficher le résultat;
- représenter graphiquement la fonction dans un intervalle incluant le point sommet et les zéros, le cas échéant.

04Quadratique-Zeros

Préparation de la feuille

ACTION

- Ouvrir l'application Excel. Personnaliser une feuille de calcul en insérant un pavé de texte et sauvegarder le nouveau document sous le nom « 04Zéquad.xls » ou tout autre nom accepté par le système d'exploitation.
- Dans la plage de cellules A5:B5, définir le paramètre « a » et donner la valeur « 1 » à ce paramètre.
- Dans la plage de cellules A6:B6, définir le paramètre « b » et donner la valeur « -4 » à ce paramètre.
- Dans la plage de cellules A7:B7, définir le paramètre « c » et donner la valeur « 3 » à ce paramètre.

Définir-nom

COMMENTAIRES

Il est à noter que le logiciel refusera d'utiliser « c » comme nom de paramètre. Nous avons donc donné le nom « co » au paramètre représentant la constante de la fonction. Pour tester notre feuille durant la programmation, nous utilisons les paramètres de la fonction définie par :

$$f(x) = x^2 - 4x + 3$$

On peut facilement calculer le discriminant qui donne

$$b^2 - 4ac = 4$$

et les zéros de cette fonction qui sont:

$$x_1 = 1 \text{ et } x_2 = 3$$

Ces valeurs étant connues, nous pourrions vérifier que notre feuille est bien programmée lorsqu'Excel affichera ces valeurs.

DESCRIPTION DES VERDICTS

ACTION

1. Dans la plage de cellules A8:B8, définir le paramètre « Dis » et faire calculer « $=b^2-4*a*co$ » pour ce paramètre. Valider la fonction, Excel devrait afficher 4 dans la cellule B8.
2. Dans la cellule A9, écrire « Verdict » et valider.
3. Dans la cellule A10, écrire le test logique:
« $=SI(Dis<0;"La\ fonction\ n'a\ pas\ de\ zéro\ réel\ ";" ")$ »
et valider.
4. Dans la cellule A11, écrire le test logique:
« $=SI(Dis=0;"\ La\ fonction\ a\ un\ zéro\ double\ à\ "&b/2*a;"")$ »
et valider.
5. Dans la cellule A12, écrire le test:
« $=SI(Dis>0;"\ La\ fonction\ a\ deux\ zéros\ réels\ à\ "&(-b-RACINE(Dis))/(2*a)&"\ et\ à\ "&(-b+RACINE(Dis))/(2*a;"")$ »
et valider.

Test-logique

COMMENTAIRES

Lorsqu'on cherche les zéros d'une fonction quadratique, on peut rencontrer trois situations, selon que l'expression sous radical ($b^2 - 4ac$), appelée **discriminant**, est plus grande que 0, égale à 0 ou plus petite que 0. Dans chacun de ces cas, la conclusion de la recherche des racines sera différente. Les verdicts ou conclusions auxquelles on peut parvenir sont :

- Si le discriminant est plus grand que 0, on peut extraire la racine et il y a deux racines réelles. Ces racines sont :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

- Si le discriminant est égal à 0, il y a une racine double. Cette racine est :

$$x = -b/2a$$

- Si le discriminant est plus petit que 0, on ne peut extraire le radical et il n'y a pas de racines réelles.

Le programme doit afficher ces verdicts selon le résultat du calcul de $b^2 - 4ac$.

Aux étapes, 3, 4 et 5, les guillemets « " » indiquent à Excel d'écrire le texte. Ainsi, dans le test précédent, Excel écrit le texte dans la cellule A12 si le discriminant est plus petit que 0 et n'écrit rien si le discriminant est plus grand que 0. Le symbole & indique au logiciel qu'il doit effectuer le calcul qui suit et afficher le résultat.

REPRÉSENTATION GRAPHIQUE

Construire un tableau pour faire calculer une vingtaine de correspondances pour cette fonction et représenter graphiquement. Utiliser la procédure présentée dans le lexique pour pouvoir choisir les bornes de l'intervalle

EXERCICES

1. Votre programme fonctionne-t-il ? Vérifiez que :
 - a) $f(x) = x^2 - 6x + 9$ a un zéro double, soit $x = 3$.
 - b) $f(x) = x^2 - 7x + 12$ a deux zéros réels distincts, $x_1 = 3$ et $x_2 = 4$,
 - c) $f(x) = 8x^2 - 24x + 34$ n'a pas de zéros réels.
2. Utiliser votre programme pour trouver les zéros et représenter graphiquement les fonctions :
 - a) $f(x) = 5x^2 + 28x - 12$
 - b) $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$
 - c) $f(x) = 4x^2 - 2x + 3$