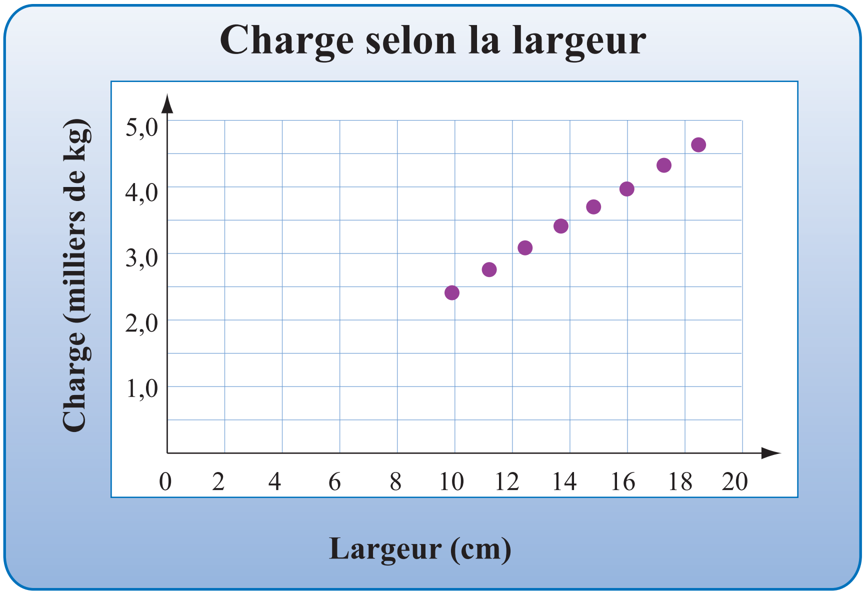
DONNÉES À PAS CONSTANT

MODÈLE AFFINE



OBJECTIFS

Énoncer une hypothèse sur le lien entre deux variables.

Confirmer ou infirmer l'hypothèse à l'aide d'un critère algébrique.

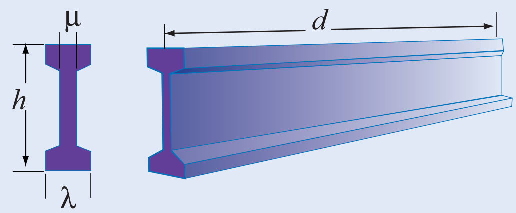
Utiliser le logiciel pour calculer les paramètres du modèle.

Mise en situation

On teste des poutres en I fabriquées dans un nouveau matériau pour déterminer la charge que peuvent supporter sans déformation des poutres de même longueur et de même épaisseur mais de différentes largeurs.

Les mesures obtenues sont rassemblées dans le tableau ci-contre, où la C est la charge (kg) et λ, la largeur (cm).

Construire un modèle mathématique décrivant le lien entre les variables.



Largeur λ (cm)	Charge C (kg)
10,0	2 475
11,2	2 790
12,4	3 095
13,6	3 405
14,8	3 705
16,0	4 015
17,2	4 320
18,4	4 625

02Affine-Pas-constant

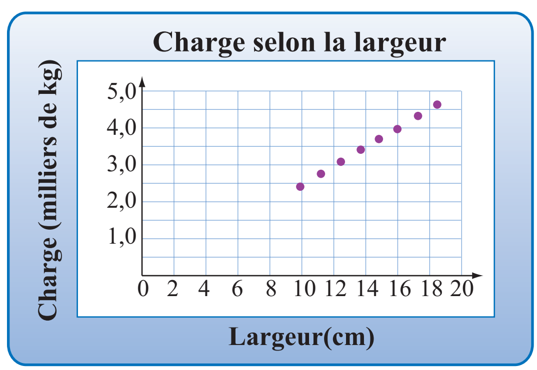
Fonctionnalités d'Excel

- Insertion-Zone-Texte
- Incrementation
- Tableau
- Graphique

Préparation de la feuille de calcul

ACTION

1. On prépare une feuille de calcul et on écrit l'en-tête du tableau, les identificateurs sont : « Largeur (cm) » et « Charge (kg) ».
2. Dans la plage de cellules A11:A18, on fait calculer les largeurs avec un pas de 1,2 cm. Dans la plage B11;B18, on écrit les valeurs expérimentales.
3. On représente graphiquement les données en choisissant l'option Nuages de points avec marques.



Commentaire

Les points sont alignés, ce qui permet de supposer que le phénomène est descriptible par un modèle

Critère algébrique

Puisque le phénomène est descriptible par un modèle affine $f(x) = ax + b$ et que les valeurs de la variable indépendante sont à pas constant, on doit avoir pour chacun des couples :

$$f(x + p) = a(x + p) + b = ax + ap + b = ax + b + ap = f(x) + ap, \text{ d'où}$$
$$f(x + p) - f(x) = ap.$$

Par conséquent, lorsque les valeurs de la variable indépendante sont à pas constant et que la différence entre les images consécutives de cette variable est proportionnelle au pas, on confirme algébriquement que le phénomène est descriptible par un modèle affine.

Confirmation de l'hypothèse

ACTION

1. Dans la cellule C10, écrire « Différences », puis valider.
2. Dans la cellule C12, écrire « =B12–B11 », valider et faire une copie incrémentée de cette opération dans la plage de cellules C13:C18.
3. Dans la cellule C19, on écrit « =moyenne(», on sélectionne la plage C12:C18, on ferme la parenthèse et on valide. Excel donne la valeur « 307,14 » dans cette cellule.
4. Dans la cellule A20, on écrit « Pente » et dans la cellule B20, on donne le nom « Pe » que l'on fait calculer en écrivant « = C19/1,2. Excel donne « 255,952 38... ».
5. Dans la cellule D10, on écrit « Ordonnées ». Dans le cellule D11, on définit l'opération

   « =B11–255,952 38...*A11 ».

   On incrémente dans la plage D12:D18.
6. Dans la cellule D19, on fait calculer la moyenne des ordonnées et on obtient « -80,773 810... ».

Commentaire

Les différences sont relativement constantes, on en calcule la moyenne que l'on divise par le pas pour obtenir la pente du modèle affine.

Commentaire

Pour calculer la valeur du paramètre b, on fait passer par chaque point du graphique une droite de pente 255,95, ces droites coupent l'axe vertical en des points distincts dont les ordonnées sont respectivement :

$$b_i = C(\lambda_i) - 255{,}952\,38\,\lambda_i.$$

On fait calculer l'ordonnée à l'origine de chacune de ces droites et on utilise la valeur moyenne de celles-ci comme ordonnée à l'origine du modèle.
Le modèle est

$$C(\lambda) = 256\lambda - 81.$$