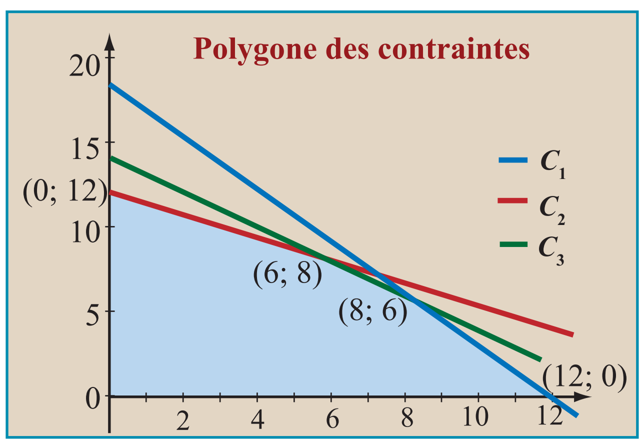
PROGRAMMATION LINÉAIRE

Programmation linéaire

Tableau des contraintes			
	P_1	P_2	D
C_1	6	4	72
C_2	8	12	144
C_3	8	8	112
Profit	40	50	



OBJECTIF

Utiliser une feuille d'Excel pour résoudre des problèmes de programmation linéaire à deux variables par la méthode graphique.

Mise en situation

Un industriel désire ajouter l'assemblage de deux nouveaux produits P_1 et P_2 à sa gamme de production afin d'affecter les surplus hebdomadaires de ressources. Ces produits sont fabriqués à l'aide de deux composantes dont les quantités disponibles imposent les contraintes C_1 et C_2. Il y a une troisième contrainte C_3 imposée par le temps disponible et le temps de fabrication, celui-ci étant divisé en unités de 5 min.

On a établi le tableau des contraintes suivant..

Tableau des contraintes

	P_1	P_2	D
C_1	6	4	72
C_2	8	12	144
C_3	8	8	112
Profit	40	50	

05ProgrammationLineaire

Préparation et analyse

1. Personnaliser une feuille Excel et entrer le tableau des contraintes
2. Dans la cellule A14, écrire « C1 » pour indiquer que cette ligne sera réservée à la première contrainte et dans la cellule A15, écrire « C2 » pour la deuxième contrainte.
3. Dans la plage B14:D14, définir « = B8:D8 », **valider comme opération matricielle**.
4. Dans la plage B15:D15, définir « = B9:D9 », **valider comme opération matricielle**.
5. En F13, écrire « Réduction » et, dans la plage F14:H14, définir « = B14:D14 », **valider comme opération matricielle**.
6. Dans la plage F15:H15, définir matriciellement

   « =B14*B15:D15-B15*B14:D14 ».
7. Dans la plage J14:L14 et définir matriciellement

   « =G15*F14:H14-G14*F15:H15 ».
8. Dans la plage J15:L15 et définir matriciellement « = F15:H15 ».
9. Dans la cellule N13, écrire « Solution ». Dans la plage N14:P14 et définir matriciellement

   « =J14:L14 /J14 ».
10. Dans la plage N15:P15 et définir matriciellement « = J15:L15 /K15 ».

COMMENTAIRE

Pour analyser les contraintes, il faut d'abord déterminer les points de rencontre des droites frontières afin de déterminer lesquels font partie de l'ensemble des solutions réalisables.

Valider une entrée

COMMENTAIRE

Le problème comporte trois équations de contraintes, il faut donc résoudre trois systèmes de deux équations à deux inconnues. On applique la méthode de résolution de Gauss-Jordan. Ce qui signifie: transformer la matrice augmentée pour que la matrice des coefficients soit la matrice identité. La colonne des constantes donnera alors directement la solution du système d'équations.

8. Procéder de la façon analogue pour déterminer l'intersection des contraintes C1 et C3 et l'intersection des contraintes C2 et C3.

13. En A31, écrire « Sommets et contraintes » et en B32, écrire « C1 ∩ C2 ».

14. Dans la plage B33:B35, définir matriciellement

    « =PRODUITMAT(B8:C10;P14:P15) ».

    Vérifier si les autres points d'intersection satisfont les trois contraintes en effectuant des produits matriciels.

COMMENTAIRE

Le calcul effectué par le produit matriciel permet de vérifier si le point d'intersection des contraintes C_1 et C_2 satisfait les trois contraintes. On constate que la contrainte de temps n'est pas satisfaite, le point d'intersection n'est donc pas une solution admissible. Il ne fait pas partie du polygone des solutions. On procède de façon analogue pour vérifier si les autres points d'intersection sont des solutions réalisables.

Représentation graphique

1. En B33:C33, définir le paramètre « Pas » et donner la valeur « 0,5 » à ce paramètre.

2. Dans la plage B34:E34, définir l'en-tête du tableau de correspondances, en utilisant les titres « *x* », « C1 », « C2 » et « C3 » puis valider.

3. En B35, écrire « 0 », valider et en B36, définir « =B35+Pas », incrémenter dans B36:B60.

4. En C35, définir « =(-$B35*B$8+D$8)/C$8 » et incrémenter dans C35:C60. Faire de même pour les contraintes C2 et C3 (lire le commentaire ci-contre) et représenter graphiquement les trois contraintes.

5. Pour faire un zoom, changer la valeur du pas pour 0,5.

COMMENTAIRE

Pour faire calculer les correspondances, il faut isoler la variable y dans les équations de contraintes. Ainsi, la première contrainte,

$6x + 4y = 72$ donne $y = (-6x + 72)/4$.

Pour que la feuille soit réutilisable, il est préférable de faire lire les valeurs des coefficients et de la constante plutôt que de les écrire chaque fois. La contrainte est de la forme

$ax + by = c$ d'où$y = (-ax + c)/b$.

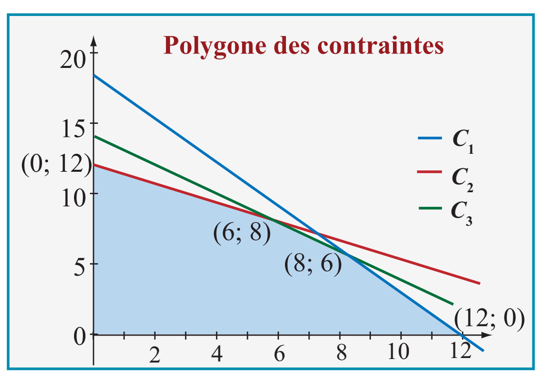
Nous avons donc défini la correspondance par

=(-$B32*B$8+D$8)/C$8

puisque les coefficients et la constante de la première contrainte sont écrites dans la plage B8:D8. On procède de la même façon pour les autres contraintes et on a :

=(-$B32*B$9+D$9)/C$9

et =(-$B32*B$10+D$10)/C$10.



Calcul du profit aux sommets

6. En G53, écrire « Sommets admissibles ». En G54, écrire « *x* » et en G55, écrire « *y* ». Écrire les abscisses des sommets admissibles dans les cellules H54 et suivantes et celles de leur ordonnée dans les cellules H52 et suivantes.

7. En G57, écrire « Profit ». En H77:L57, définir

   « =PRODUITMAT($B$11:$C$11;H54:L55) »

   Valider comme opération matricielle.

COMMENTAIRE

Le calcul du profit aux sommets du polygone des contraintes vous permet d'identifier le plan de production qui donne le profit maximum. Il ne reste qu'à écrire vos conclusions dans une zone de texte.