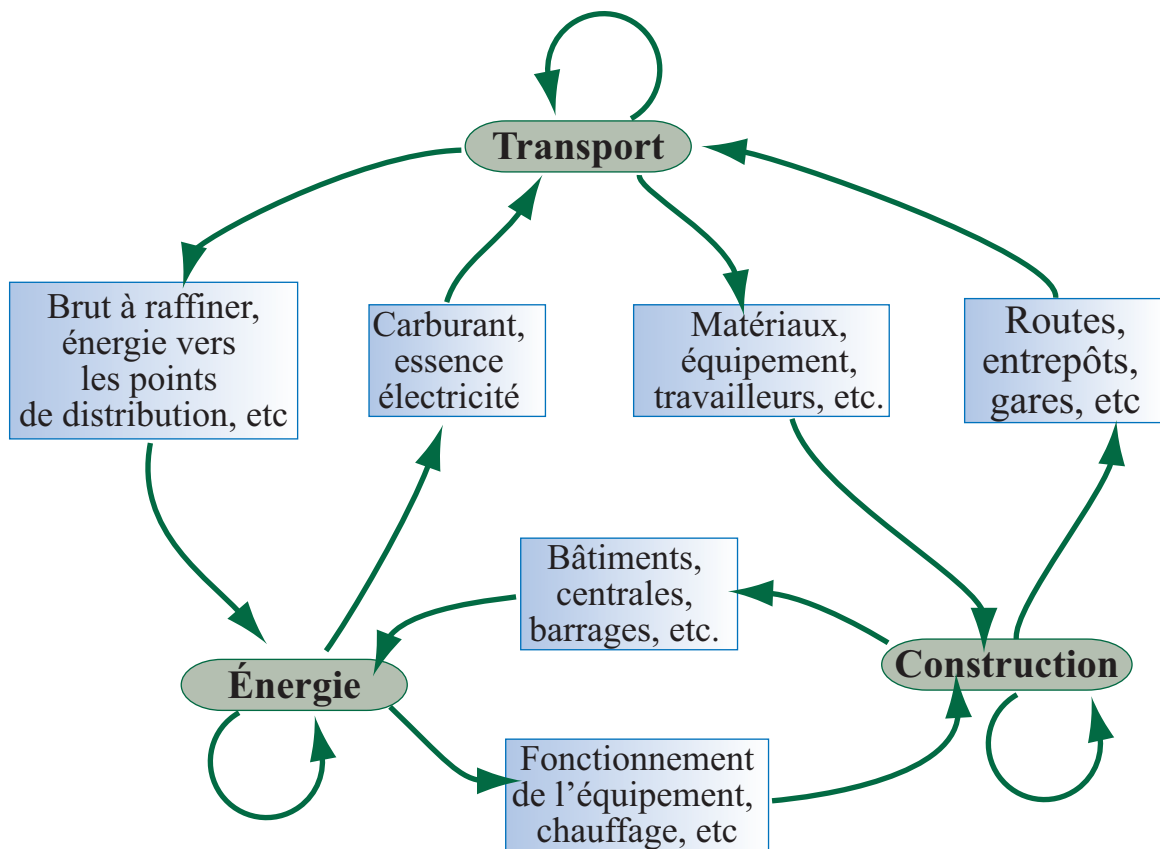


MODÈLE DE LEONTIEF

et MATRICE INVERSE



Programmer une feuille d'Excel pour calculer le vecteur production d'un modèle de Leontief à trois secteurs en appliquant la méthode de la matrice inverse.

Mise en situation

En utilisant les données de la matrice des échanges et du vecteur demande D , programmer une feuille d'Excel pour calculer le vecteur production d'un modèle de Leontief.

$$D = \begin{bmatrix} 19 \\ 47 \\ 23 \end{bmatrix}$$

Production d'une unité

Besoins	U_1	U_2	U_3
	0,1	0,2	0,3
	0,3	0,3	0,2
	0,2	0,1	0,0

04E Leontief-Inversion

Valider une entrée

Écriture et résolution

1. Ouvrir une feuille de calcul et entrer les éléments de Q , la matrice des échanges dans la plage B7:D9.
2. Dans la plage G7:I9, entrer les éléments de I , la matrice identité.
3. Dans la plage B12:D14 faire calculer $I - Q$.
4. Dans la plage G12:G14, entrer les éléments du vecteur demande dans cette plage.
5. Dans la plage B17:D19, faire calculer l'inverse de la matrice $I - Q$.
6. Sélectionner la plage G17:G19 et faire calculer le produit du vecteur demande par la matrice $(I - Q)^{-1}$.
Le résultat de cette multiplication est le vecteur production qui donne la solution au problème posé.

Matrice associée $I - Q$

$$\begin{bmatrix} 0,9 & -0,2 & -0,3 \\ -0,3 & 0,7 & -0,2 \\ -0,2 & -0,1 & 1 \end{bmatrix}$$

Matrice inverse

$$\begin{bmatrix} 1,379 & 0,467 & 0,507 \\ 0,690 & 1,704 & 0,548 \\ 0,345 & 0,264 & 1,156 \end{bmatrix}$$

Vecteur production

$$\begin{bmatrix} 59,797 \\ 105,781 \\ 45,538 \end{bmatrix}$$

Exercices

1. Utiliser une copie de votre feuille Excel pour déterminer le vecteur production d'un modèle de Leontief dont le tableau des échanges est donné ci-contre si le vecteur de la demande externe est

$$D = \begin{bmatrix} 46 \\ 96 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Tableau des échanges			
	A	B	C
A	0,4	0,1	0
B	0,1	0,2	0,2
C	0,1	0,1	0,2

2. Utiliser les données du diagramme des échanges ci-contre avec le vecteur demande

$$D = \begin{bmatrix} 22 \\ 34 \\ 42 \\ 55 \end{bmatrix}$$

Tableau des échanges				
	S ₁	S ₂	S ₃	S ₄
S ₁	0,1	0,3	0	0,3
S ₂	0,2	0,3	0,4	0
S ₃	0	0,3	0,1	0,2
S ₄	0,3	0	0,1	0,1

et adapter la démarche suivie pour programmer la feuille de calcul pour faire calculer le vecteur production d'un modèle de Leontief à quatre secteurs.