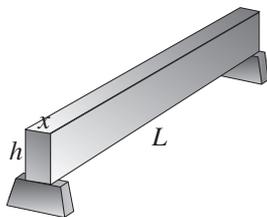


Exercices Excel

Techniques de l'industrie

Variations directes et inverses

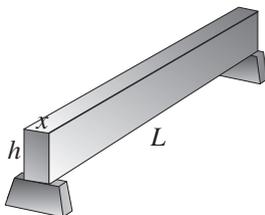
1. On a soumis des poutres d'un même matériau ayant la même largeur et la même épaisseur mais de différentes longueurs, à des essais afin de déterminer la charge qu'elles peuvent supporter sans se déformer. Pour chacune des longueurs testées, on a noté la charge maximale avant déformation. Les données sont consignées dans le tableau suivant.



Longueur L (m)	Charge C (kg)
2	5 765
4	2 881
6	1 914
8	1 446
10	1 150
12	971
14	828

- a) Construire un modèle mathématique qui décrit le lien entre les variables ($C = 11\,550/L$).
 b) À l'aide du modèle, déterminer la charge que peut supporter une poutre de 9 m de long.

2. On a soumis des poutres d'un même matériau ayant la même longueur et la même épaisseur mais de différentes largeurs, à des essais afin de déterminer la charge qu'elles peuvent supporter sans se déformer. Pour chacune des longueurs testées, on a noté la charge maximale avant déformation. Les données sont consignées dans le tableau suivant.

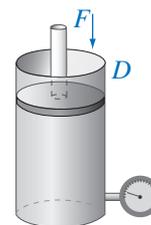


Largeur x (cm)	Charge C (kg)
3	89
5	148
7	209
9	256
11	315
13	370
15	424
17	486

- a) Construire un modèle mathématique qui décrit le lien entre les variables ($C = 28,94x$).

- b) À l'aide du modèle, déterminer la charge que peut supporter une poutre de 14 cm de large (405 kg).

3. Un réservoir cylindrique fermé par un piston est rempli d'huile et relié à un manomètre. Lorsqu'on applique une force sur le piston, la pression du fluide augmente et cette hausse est indiquée par l'aiguille du manomètre. On a relevé les correspondances dans un tableau.



Force F (N)	Pression p (kPa)
50	1,59
100	3,18
150	4,80
200	6,35
250	7,94
300	9,50
350	11,15
400	12,70
450	14,32
500	15,90

- Déterminer s'il existe un lien de proportionnalité entre les variables et décrire ce lien, le cas échéant ($p = 0,032F$).

4. On a réalisé une expérience en faisant varier la tension dans un circuit et on a mesuré la puissance développée. Déterminer le type de lien entre les variables et décrire symboliquement ce lien.

Tension V (V)	Puissance P (W)
4,5	1,01
6,7	2,24
8,3	3,44
9,2	4,23
10,5	5,51
11,3	6,38
12,1	7,32
13,4	8,98
14,7	10,80
15,2	11,55
16,3	13,28

5. On a réalisé une expérience avec un réservoir de 12 m de hauteur rempli d'eau. Une ouverture aménagée dans la paroi, à la base du réservoir, laisse s'écouler l'eau. On a mesuré la vitesse d'éjection pour différentes hauteurs de la colonne d'eau au-dessus de l'ouverture.

Hauteur h (m)	Vitesse v (m/s)
12	15,35
11	14,69
10	14,01
9	13,29
8	12,53
7	11,72
6	10,85
5	9,91
4	8,86
3	7,67
2	6,26
1	4,43
0	0

Représenter graphiquement les données obtenues expérimentalement. Quel modèle mathématique de la relation entre les variables la représentation graphique suggère-t-elle? Justifier la réponse.

(N'est pas un lien de proportionnalité).

Modélisation affine, données à pas constant

1. Une association d'automobilistes a effectué une étude pour déterminer le coût annuel de l'automobile la plus populaire auprès de ses membres (immatriculation, assurances, essence et entretien). L'association a dressé le tableau suivant à l'aide des informations recueillies.

Kilométrage d	Coût annuel c
5 000	4 600
10 000	6 200
15 000	7 800
20 000	9 400
25 000	11 000
30 000	12 600

$$c(d) = 3\,190 + 0,316d$$

- Construire un modèle mathématique décrivant la correspondance entre les deux variables.
- Prévoir, à l'aide du modèle, le coût d'utilisation de la voiture en question dans le cas où la distance parcourue en une année est de 45 000 km.

2. La résistance d'un conducteur a été mesurée à diverses températures et les résultats ont été consignés dans le tableau suivant.

Température T (°C)	Résistance R (Ω)
-6,00	46,8
-2,00	47,5
2,00	48,4
6,00	49,1
10,00	50,2
14,00	50,7
18,00	51,8
22,00	52,5

Construire un modèle mathématique décrivant la correspondance entre les deux variables.

$$(R(T) = 0,204T + 48,0)$$

Modélisation exponentielle, données à pas constant

1. En appliquant la procédure du laboratoire, vérifier si l'hypothèse d'un lien exponentiel entre les variables x et y est plausible, puis déterminer les paramètres du lien, le cas échéant.

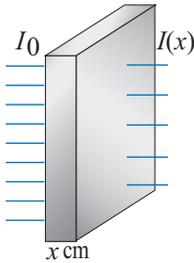
a)	x	y	b)	x	y
	0,0	3,40		0,0	0,20
	0,5	3,82		0,5	0,25
	1,0	4,17		1,0	0,39
	1,5	4,54		1,5	0,63
	2,0	4,96		2,0	0,96
	2,5	5,41		2,5	1,39
	3,0	5,90		3,0	1,91
	3,5	6,43		3,5	2,53
	4,0	7,02		4,0	3,24
	4,5	7,66		4,5	4,05
	5,0	8,35		5,0	4,95
	5,5	9,11		5,5	5,95
	6,0	9,94		6,0	7,04
	6,5	10,83		6,5	8,23
	7,0	11,90		7,0	9,51

$$y = 3,50(1,19)^x$$

$$y = 0,19x^2$$

2. On a soumis un matériau à des tests afin de déterminer sa capacité d'absorption des rayons X. Pour ce faire, on a bombardé des plaques de différentes épaisseurs avec un faisceau de rayons X dont l'in-

intensité est de 2,400 unités et on a mesuré l'intensité du faisceau de l'autre côté des plaques.



Épaisseur x (cm)	Intensité I
0	2,400
1	1,872
2	1,460
3	1,140
4	0,888
5	0,693
6	0,540
7	0,422
8	0,329

Les mesures sont consignées dans le tableau et l'industrie qui produit les plaques indique que la précision de l'épaisseur est de 1×10^{-3} cm.

- Construire un modèle mathématique qui décrit le phénomène ($I(x) = 2,400 \times 0,780^x$).
- À l'aide du modèle, calculer l'intensité du faisceau qui traverse une plaque de 2,6 cm faite du même matériau.
- Utiliser le modèle pour calculer les valeurs intermédiaires pour des variations de 0,5 cm de l'épaisseur.

- La vitesse de rotation d'une roue d'inertie a été enregistrée à intervalles réguliers à partir de la mise hors tension de l'appareil. (On a obtenu les données du tableau suivant.

Temps t (min)	Vitesse v (r/min)
0,0	130
0,5	74
1,0	42
1,5	23
2,0	13
2,5	7
3,0	4

Déterminer un modèle mathématique décrivant le lien entre les variables.

$$(v(t) = 130 \times 0,560^t).$$

- La pression barométrique p en kilopascals dépend de l'altitude h en kilomètres au-dessus du niveau de la mer. Les données enregistrées ont été compilées dans le tableau suivant.

Altitude h (km)	Pression p (kPa)
0,0	101,32
0,5	95,15
1,0	89,36
1,5	83,93
2,0	78,82
2,5	74,02
3,0	69,52
3,5	65,29
4,0	61,32

Déterminer un modèle mathématique décrivant le lien entre les variables. ($p(h) = 101,32 \times 0,939^h$).

Modélisation affine

Droite de régression

- Déterminer si le lien entre les variables est descriptible par un modèle affine.

a) x	y	b) x	y	c) x	y
2,0	20,61	8,1	36,81	2,7	-17,4
2,6	21,62	9,9	53,01	3,9	-16,2
3,1	22,48	11,4	68,98	4,9	-15,2
4,0	24,02	14,1	103,41	6,7	-13,4
4,7	25,19	16,2	135,22	8,1	-12,1
5,0	25,69	17,1	150,21	8,7	-11,4
5,5	26,54	18,6	176,98	9,7	-10,4
6,0	27,41	20,1	206,01	10,7	-9,4
6,8	28,75	22,5	257,12	12,3	-7,8
7,5	29,93	24,6	306,58	13,7	-6,4
8,2	31,16	26,7	360,45	15,1	-5,2
9,4	33,19	30,3	463,05	17,5	-2,6
9,9	34,05	31,8	509,62	18,5	-1,6
10,2	34,52	32,7	538,65	19,1	-1,1
11,0	35,91	35,1	620,01	20,7	0,6
11,7	37,11	37,2	695,92	22,1	1,9
12,3	38,13	39,0	764,51	23,3	3,2
12,9	39,11	40,8	836,32	24,5	4,4
13,4	39,95	42,3	898,65	25,5	5,4
14,0	40,98	44,1	976,41	26,7	6,6
				29,1	9,1

- $y = 1,70x + 17,21$
- $y = 26,22x - 277,23$
- $y = 1,00x - 20,13$

- Une équipe étudie en laboratoire la relation entre la température d'un conducteur et sa résistance. On sait qu'une augmentation de la température a pour conséquence une augmentation de l'activité des

molécules, ce qui nuit au passage des charges. On a mesuré la résistance du conducteur en modifiant la température à pas constant et on a obtenu les résultats du tableau suivant.

Température T (°C)	Résistance R (Ω)
-10,0	26,6
-5,0	27,4
0,0	28,2
5,0	28,9
10,0	29,7
15,0	30,3
20,0	31,1
25,0	31,9

- a) Déterminer si le lien entre la température et la résistance est descriptible par un modèle affine. ($R = 0,149T + 28,14$, $r = 0,999611 \dots$).
- b) À l'aide du modèle, faire calculer la résistance entre 5 °C et 15 °C avec un pas de 1 °C.
3. Une seconde équipe a réalisé la même expérience sur la relation entre la température et la résistance avec un autre conducteur et obtenu les correspondances inscrites dans le tableau suivant.

Température T (°C)	Résistance R (Ω)
-12,0	26,51
-8,0	27,22
-4,0	27,62
2,0	28,43
8,0	29,32
15,0	30,24
24,0	31,58
32,0	32,64

- a) Déterminer le lien entre la température et la résistance. ($R = 0,138T + 28,208 \dots$, $r = 0,998298 \dots$).
- b) À l'aide du modèle, faire calculer la résistance entre 5 °C et 15 °C avec un pas de 1 °C.

Détection du lien

1. En appliquant la procédure décrite dans le laboratoire, déterminer le lien entre les variables de chacun des tableaux suivants.

a)

x	y
1,2	3,74
2,3	5,84
3,5	9,51
4,2	12,63
5,4	20,54
6,3	29,59
7,2	42,62
8,1	61,39
9,4	103,99
10,6	169,16
11,3	224,68

$$y = 2,3(1,5)^x$$

c)

x	y
1,1	2,88
1,4	2,11
2,3	0,52
3,2	-0,54
4,1	-1,33
4,9	-1,90
5,3	-2,15
6,4	-2,76
7,2	-3,13
8,4	-3,63
9,7	-4,09

$$y = 2,3(1,5)^x$$

b)

x	y
0,9	2,49
1,3	6,01
2,2	21,23
3,1	48,35
3,9	83,89
4,2	100,22
5,1	159,70
5,8	217,46
6,4	275,41
7,3	377,68
8,6	559,69

$$y = -3,2 \ln x + 3,19$$

d)

x	y
1,1	-2,77
1,4	-2,38
2,3	-1,21
3,2	-0,04
4,1	1,13
4,9	2,17
5,3	2,69
6,4	4,12
7,2	5,16
8,4	6,72
9,7	8,41

$$y = 1,3x - 4,2$$

Il est à noter que, dans ces exercices, le nombre de correspondances n'est pas le même que dans le laboratoire. Excel doit en être informé. À vous de jouer!

2. Selon la loi de Newton, la différence de température entre un objet et le milieu réfrigérant dans lequel il est plongé est donnée par un modèle exponentiel. Pour vérifier cette loi, vous avez réalisé une expérience dont les mesures sont compilées dans le tableau suivant.

Temps t (min)	Différence T (°C)
0	47,88
6,21	45,36
19,53	40,20
34,74	35,76
51,84	31,08
72,18	26,40
96,75	21,12
127,71	16,56

- a) Détecter le type de lien entre les variables.

b) Faire calculer les paramètres du modèle mathématique.

c) Donner le modèle mathématique décrivant le lien entre les variables.

$$(a = -0,008312966, b = 3,865104379, e^a = 0,992 \text{ et } e^b = 47,708251 \approx 47,88, T(t) = 47,88 \times 0,992^t).$$

3. On a lancé un ballon-sonde muni d'un baromètre pour étudier la variation de pression en fonction de l'altitude. Les données communiquées par le ballon-sonde ont été consignées dans le tableau suivant.

Altitude h (m)	Pression P (kPa)
0	101,32
155	99,42
310	97,53
465	95,70
620	93,87
775	92,11
930	90,35
1 085	88,66
1 240	86,96
1 395	85,34
1 550	83,71
1 705	82,15
1 860	80,56

a) Détecter le type de lien entre les variables.

b) Faire calculer les paramètres du modèle mathématique.

c) Donner le modèle mathématique décrivant le lien entre les variables.

$$(a = -0,00012321, b = 4,618385934, e^a = 0,999876798 \text{ et } e^b = 101,3303462, T(t) = 101,32 \times 0,999876^t).$$

4. On a relevé à l'aide d'un tachymètre la vitesse de la roue d'inertie d'un appareil à différents moments après la mise hors tension du moteur de l'appareil. Les mesures obtenues sont données dans le tableau suivant.

Temps t (s)	Vitesse V (t/min)
0	2 400
30	1 750
45	1 520
60	1 320
90	960
105	840
150	530
180	380
240	200
300	120

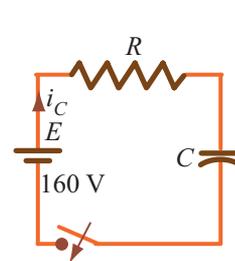
a) Détecter le type de lien entre les variables.

b) Faire calculer les paramètres du modèle mathématique.

c) Donner le modèle mathématique décrivant le lien entre les variables.

$$(a = -0,607147425, b = 7,780458876, e^a = 0,544903031 \text{ et } e^b = 2393,37283, V(t) = 0,545 \times 2400^t).$$

4. Un condensateur est monté en série avec une résistance et le tout est relié à une source de tension de 100 V. Le circuit est muni d'un interrupteur et d'un système qui enregistre le courant dans le circuit et note le temps écoulé depuis l'ouverture du circuit. Les données enregistrées ont été compilées dans le tableau suivant.



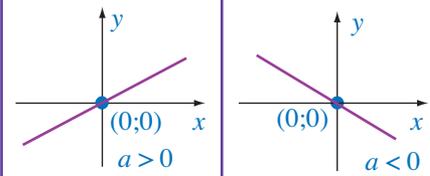
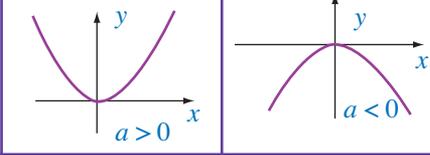
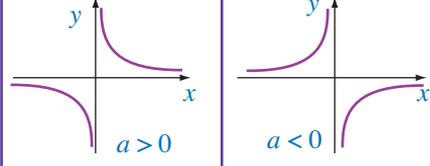
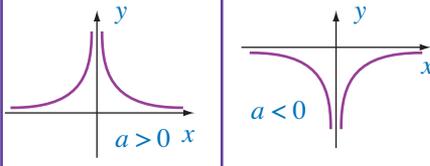
Temps t (s)	Courant I (mA)
0,0	40,0
0,4	30,8
1,0	20,8
1,4	16,0
2,1	10,1
2,6	7,3
3,5	4,1

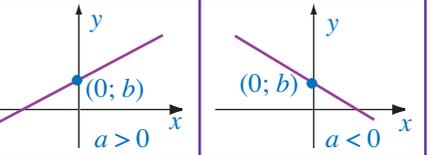
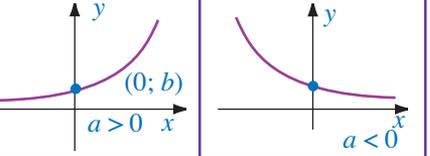
a) Détecter le type de lien entre les variables.

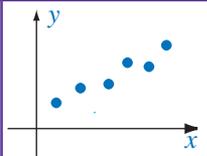
b) Faire calculer les paramètres du modèle mathématique.

c) Donner le modèle mathématique décrivant le lien entre les variables.

$$(a = -0,651942148, b = 3,68667089, e^a = 0,52 \text{ et } e^b = 39,911754..., I(t) = 40,0 \times 0,52^t).$$

VARIATIONS DIRECTES ET INVERSES		
Variation	Graphique	Critère algébrique
Directement proportionnelle		<p>Le graphique est une droite passant par (0; 0).</p> $\frac{y}{x} = a, \text{ où } a \text{ est une constante.}$ <p>Forme $y = ax$</p>
Directement proportionnelle au carré		<p>Le graphique est une parabole passant par (0; 0).</p> $\frac{y}{x^2} = a, \text{ où } a \text{ est une constante.}$ <p>Forme $y = ax^2$</p>
Inversement proportionnelle		<p>Le graphique est asymptotique aux deux axes.</p> $yx = a, \text{ où } a \text{ est une constante}$ <p>Forme $y = \frac{a}{x}$</p>
Inversement proportionnelle au carré		<p>Le graphique est asymptotique aux deux axes.</p> $yx^2 = a, \text{ où } a \text{ est une constante.}$ <p>Forme $y = \frac{a}{x^2}$</p>

DONNÉES À PAS CONSTANT		
Variation	Graphique	Critère algébrique
Affine		<p>Droite passant par (0; b).</p> $\frac{y_{i+1} - y_i}{p} = a, \text{ où } a \text{ est une constante et } p \text{ est le pas.}$ <p>Forme $y = ax + b$.</p>
Exponentielle		<p>Courbe concave vers le haut passant par (0; b).</p> $\frac{y_{i+1}}{y_i} = 1 + r, \text{ où } r \text{ est le taux périodique.}$ <p>Forme $y = (1 + r)^{ax} = b^{ax}$.</p>

DONNÉES À PAS VARIABLE		
Variation	Graphique	Critère algébrique
Affine		<p>Les couples $(x_i; y_i)$ suggèrent une droite. Forme $y = ax + b$.</p> $a = \frac{n \sum x_i y_i - (\sum x_i)(\sum y_i)}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \quad b = \frac{\sum y_i - a \sum x_i}{n}$
<p>Exponentielle : les couples $(x_i; \ln(y_i))$ suggèrent une droite. Puissance : les couples $(\ln(x_i); \ln(y_i))$ suggèrent une droite. Logarithmique : $(\ln(x_i); y_i)$ suggèrent une droite.</p>		