

MATRICE INVERSE

MÉTHODE DE GAUSS-JORDAN

Inversion de matrices Méthode de Gauss-Jordan

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 3 & -2 & 5 \\ 2 & -4 & 8 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 4 & 0 & 2 \\ -14 & 16 & -17 \\ -8 & 8 & -8 \end{bmatrix}$$

OBJECTIF

Programmer une feuille d'Excel pour inverser une matrice par la méthode de Gauss-Jordan.

Mise en situation

Utiliser la méthode de Gauss-Jordan pour déterminer la matrice inverse de la matrice A.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 3 & -2 & 5 \\ 2 & -4 & 8 \end{bmatrix}$$

04A Inversion-Gauss-Jordan

Entrée des éléments de la matrice

- Ouvrir l'application Excel et on sélectionne une plage pour entrer les éléments de la matrice A.
- Dans la cellule E8, écrire « detA = ». Dans la cellule E9, faire calculer ce déterminant. On donne à cette cellule le nom det_A.
- Dans la plage A11:F13, faire écrire la matrice augmentée dont la partie gauche est la matrice à inverser et la partie droite la matrice identité de même dimension.
- Appliquer la méthode de Gauss-Jordan pour annuler les éléments hors diagonale de la partie gauche de la matrice augmentée en faisant afficher les résultats des transformations dans les plages A16:F18, A21:F23 et A26:F28.
- Dans la cellule B31, taper « A⁻¹ = » et valider. Dans la cellule C31, écrire « 1 » et dans la cellule C32 écrire « = det_A ».
- Dans la plage D30:F32, on fait écrire la matrice adjointe de la façon suivante.

Sélectionner la plage D30:F30, et définir
« =det_A*D26:F26/A26 »,

Valider comme opération matricielle.

Sélectionner la plage D31:F31, et définir
« =det_A*D27:F27/B27 »,

Valider comme opération matricielle.

Sélectionner la plage D32:F32, et définir
« =det_A*D28:F28/C28 »,

Valider comme opération matricielle.

Valider une entrée

Commentaire

Pour faire calculer le déterminant de la matrice A, on utilise la fonction « DETERMAT() ». Pour indiquer au logiciel quoi considérer entre les parenthèses, on sélectionne la plage dans laquelle sont entrés les éléments de la matrice. Si on a préalablement donné un nom à cette plage, il suffit d'inscrire ce nom dans les parenthèses. On peut faire de même pour les autres opérations matricielles.

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} -64 & 0 & 0 & -32 & 0 & -16 \\ 0 & -64 & 0 & 112 & -128 & 136 \\ 0 & 0 & 8 & -8 & 8 & -8 \end{array} \right]$$

Commentaire

À l'étape 6, la valeur affichée sur la diagonale de la partie gauche n'est pas toujours égale au déterminant lorsqu'on applique la méthode de Gauss-Jordan. On effectue la correction pour obtenir la matrice adjointe en multipliant par le déterminant chacune des lignes de la partie droite de la matrice augmentée et en divisant par l'élément de la diagonale dans la partie gauche.

Exercices

- Utiliser la feuille de calcul pour déterminer la matrice inverse des matrices suivantes.

a) $\begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & 5 \\ 2 & -4 & 2 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 3 & 5 & 3 \\ 1 & -3 & -3 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 2 & 5 & 4 \\ 3 & -2 & 2 \\ 2 & -4 & 1 \end{bmatrix}$

- Programmer une feuille de calcul pour déterminer la matrice inverse d'une matrice d'ordre 4. Utiliser la matrice suivante pour préparer votre feuille.

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 5 & 4 \\ 2 & -5 & 4 & 6 \\ 5 & -3 & -7 & 3 \\ 4 & 1 & -2 & 2 \end{bmatrix}$$