**Возможные решения задач**

**2018/2019**

**9 класс**

**9-1.** **«Мост»** Запишем закон равноускоренного движения поезда по мосту длиной в первом случае

, (1)

где – модуль ускорения поезда.

Для второго случая (поезд притормаживает) аналогичное уравнение имеет вид

. (2)

Искомое время равномерного движения поезда найдем как

. (3)

Из системы уравнений (1)-(2) можно выразить отношение . Для этого следует в (1) – (2) избавиться от членов, содержащих ускорение . Умножим (1) на , а (2) , соответственно, на и сложим полученные равенства

(4)

*.* (5)

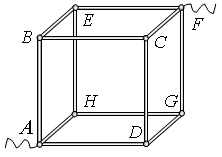
Таким образом, окончательная формула для принимает вид

*.* (6)

Расчёт по приведенным данным даёт

. (7)

Рис. 1



**9-2.** **«Ом в кубе»** Рассмотрим всевозможные способы подключения каркасного куба к омметру, одна из клемм которого (например, «земля») постоянно подключена к вершине куба (Рис. 1).

Начнём расчеты с самой «дальней» вершины , которая лежит на диагонали куба (см. Рис. 1). В силу симметрии в этом случае вершины куба являются эквипотенциальными, и их можно соединить. Это же рассуждение справедливо и для вершин куба, т.е. их также можно соединить. Тогда эквивалентная цепь будет иметь вид, представленный на рисунке 2. Такой вариант соединения имеет сопротивление

Рис. 2

. (1)

Перейдем к вершинам куба, которые лежат на диагоналях квадратов, являющихся гранями куба. В силу симметрии, сопротивления куба при этих подключениях будут одинаковы

. (2)

Для определённости рассмотрим вершину куба. В этом случае пары точек и являются эквипотенциальными, т.к. лежат на «середине пути» от клеммы к клемме. Напряжение между эквипотенциальными точками равно нулю, следовательно, ребра и схемы можно опустить, поскольку ток по ним не идёт. Схема эквивалентной цепи в этом случае будет иметь вид, представленный на Рис 3.

*G*

*A*

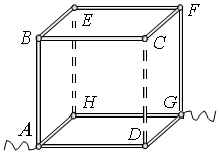


Рис. 3

Сопротивление куба при таком подключении рассчитывается стандартными методами

. (3)

*F*

*E*

*C*

*B*

*D*

*A*

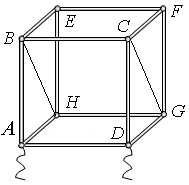


Рис. 4

Последний тип возможного подключения второго контакта – подключение к соседней вершине ребра куба (точки ). Возьмём для определённости случай подключения к вершине куба. Здесь можно соединить эквипотенциальные пары точек и цепи и мысленно «сплющить» схему. Тогда схема эквивалентной цепи в этом случае будет иметь вид, представленный на рисунке 4. Тогда сопротивление куба в этом случае, опять же, сводится к аккуратным вычислениям параллельных и последовательных соединений

, (4)

. (5)

Анализируя полученные выражения (1), (3) и (5) для различных сопротивлений, расположим их в порядке возрастания, тогда получим

, , . (6)

Из (6) находим электрическое сопротивление ребра куба

. (7)

Далее несложно указать, каким вершинам куба соответствуют полученные сопротивления

(8)

*.*

*O2*

*O1*

*T4*

*T3*

*mg*

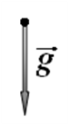
*2m*

*2*

*1*

*2mg*

*2mg*



**9-3.**  **«Постоянная планка»** Данную задачу удобно решать, рассматривая планку и грузы вместе, как единое целое. Изобразим внешние силы, действующие на систему «планка + грузы» в данной механической системе. Обозначим силы натяжения нитей, на которых висят блоки и (Рис. 5).

Поскольку силы натяжения нитей с грузами и являются внутренними, то в данном случае их можно не рассматривать (их сумма, так же как сил реакции и давления, равна нулю).

Так как система находится в равновесии, то можно применить правило рычага (моментов) относительно точек и , лежащих на линии действия сил натяжения нитей, за которые подвешены блоки. Пусть одному делению масштабной шкалы соответствует расстояние . Тогда, согласно правилу рычага (моментов) получим уравнения для искомых сил. Для точки

. (1)

Относительно второй точки () имеем похожее уравнение

. (2)

Из полученной системы уравнений (1) – (2) находим

, . (3)

Соответственно, силы натяжения нитей, удерживающих грузы

, (4)

. (5)

Силы, действующие на груз, найдем из условия равенства нулю равнодействующей силы для каждого из грузов

, (6)

. (7)

Расчёт для приведенных данных даёт следующее значение

, (8)

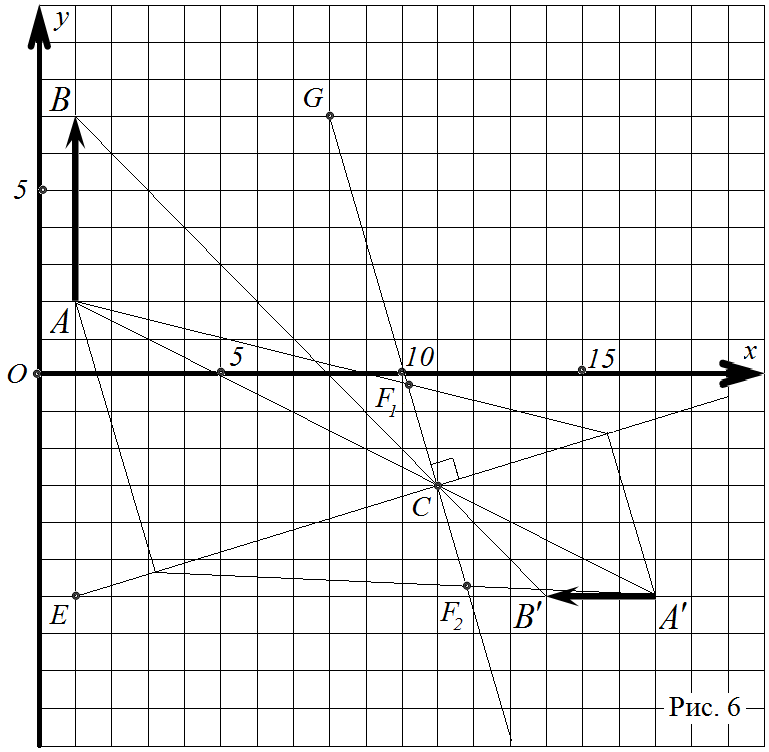
. (9)

Подчеркнем, что точки и можно выбирать различными способами (например, на осях грузов). Вид системы уравнений при этом несколько усложняется

, (10)

, (11)

но ответы, разумеется, получаются те же ((4), (5)). Это и понятно, ведь все правильные способы решения (в отличие от неправильных!) ведут к одному и тому же ответу.



**9-4.** **«Стертая линза»** Для нахождения оптического центра линзы попарно соединим точки и , и . Точка пересечения отрезков (Рис. 6) даст нам положение оптического центра линзы. Из построения следует, что его координаты

. (1)

Для нахождения положения линзы нужна еще одна точка, поскольку прямую по одной точке не проведешь. Для этого продолжим стрелки и до пересечения, это и даст вторую точку линзы. Отрезок даст нам положение линзы. Восстанавливая перпендикуляр к из точки , найдем положение главной оптической оси линзы.

Для нахождения главных фокусов тонкой линзы воспользуемся свойствами лучей, параллельных главной оптической оси. Из точек и проведём прямые, параллельные главной оптической оси линзы. После преломления в линзе они пройдут через точки её главных фокусов и . Как следует из построения, ближайшие к главным фокусам узлы сетки имеют координаты

, (2)

. (3)

Поскольку предмет и его изображение находятся по разные стороны от оптической оси линзы, то она является собирающей (положительной). В соответствии с таблицей изображений для собирающей линзы изображение является действительным, обратным и уменьшенным.

Для оценки оптической силы линзы примем, что её главные фокусы находятся в точках ближайших узлов сетки. По теореме Пифагора найдем фокусное расстояние (несколько с избытком)

. (4)

Тогда искомая оптическая сила линзы

. (5)

Поскольку оценка является приближенной, необходимо её погрешность. Для этого возьмем расстояние до следующего соседнего узла сетки (несколько с недостатком)

. (6)

Используя метод границ, запишем окончательный результат

. (7)

Достаточно большая погрешность оценки оптической силы линзы обусловлена крупной клеткой на чертеже, которая не позволяет более точно определить фокусное расстояние линзы.

**9-5.** **«Спасательный канат»** Груз перестает тонуть потому, что сила Архимеда, действующая на него и на канат, по мере погружения груза увеличивается быстрее силы тяжести системы. Соответственно, в какой-то момент сила Архимеда становится равной силе тяжести системы

. (1)

Обозначим массу погруженной в воду части каната , а массу груза – . Тогда масса системы , а силу Архимеда запишем с учётом объёмов воды, вытесненной как канатом (), так и грузом ()

. (2)

. (3)

Из (3) после несложных алгебраических преобразований получаем

. (4)

Поскольку в нашем случае , то формула (4) принимает вид

. (5)

Судя по полученному значению плотности материала (от школьников не требуется!), данный груз изготовлен из какого-то медного сплава (например, никелина), поскольку плотность чистой меди очень близка к полученному значению.